ИНФОРМАТИЗАЦИЯ
И СВЯЗЬ
Издается с 1998 г.

ISSN 2078-8320

Журнал зарегистрирован в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Регистрационный номер ПИ № 77-16535

Издатель

Автономная некоммерческая организация «Редакция журнала «Информатизация и связь»

Адрес редакции

105005, г. Москва,
ул. Бакунинская, д. 15

Телефон: 8 (926) 831-70-81

e-mail: infsvz@gmail.com
www.inf-svz.ru

СОДЕРЖАНИЕ 4'2020

Радиотехника и связь

Мурсаев А.Н., Зинкин С.В.
ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ПОМЕХ В СИСТЕМАХ СПУТНИКОВОЙ СВЯЗИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МНОГОСТАНЦИОННОГО ДОСТУПА С КОДОВЫМ РАЗДЕЛЕНИЕМ КАНАЛОВ 7

Мурсаев А.Н., Зинкин С.В., Чернов И.А.
ИССЛЕДОВАНИЕ СИГНАЛОВ С РАСШИРЕНИЕМ СПЕКТРА ДЛЯ ЗАЩИТЫ ЛИНИЙ СПУТНИКОВОЙ СВЯЗИ ОТ ВОЗМОЖНЫХ ПОМЕХ 13

Зинкин С.В., Мурсаев А.Н.
АНАЛИЗ СПОСОБОВ НАВЕДЕНИЯ АНТЕНН ЗЕМНЫХ СТАНЦИЙ СПУТНИКОВОЙ СВЯЗИ 22

С.В. Зинкин
АНАЛИЗ СИНХРОНИЗАЦИИ СИСТЕМ СПУТНИКОВОЙ СВЯЗИ ПРИ КОМБИНИРОВАННЫХ МЕТОДАХ МНОГОСТАНЦИОННОГО ДОСТУПА К РЕТРАНСЛЯТОРУ 32

А.Н. Мурсаев
ОЦЕНКА МЕТОДОВ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАДИОРЕСУРСА РЕТРАНСЛЯТОРА В СИСТЕМАХ СПУТНИКОВОЙ СВЯЗИ 42

Информатика, вычислительная техника и управление

Миков А.И.
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ДИГРАФЫ КАК МОДЕЛИ ГЕТЕРОГЕННЫХ КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЕЙ 50

Миков А.И., Миков А.А.
СВОЙСТВА ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ГИПЕРГРАФОВ БЕСПРОВОДНЫХ КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЕЙ 60

Буйневич М.В., Г.А. Ганов[2], К.Е. Израилов[2,3] 67
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ МЕТОД ВИЗУАЛИЗАЦИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ПРОГРАММ В ИНТЕРЕСАХ АУДИТА ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ОПЕРАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ 67

Гурьянов Д.Ю.; Молдовян Д.Н., Молдовян А.А.
ПОСТКВАНТОВЫЕ СХЕМЫ ЦИФРОВОЙ ПОДПИСИ: ЗАДАНИЕ СКРЫТОЙ ГРУППЫ С ДВУХМЕРНОЙ ЦИКЛИЧНОСТЬЮ 75

Канаев А.К., Сахарова М.А., Опарин Е.В.
ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ СЕТИ ТАКТОВОЙ СЕТЕВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ 83

Лопатеева О.Н., Попов А.А., Овсянкин А.К., Сацук М.М.
ФОРМИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО РАСПИСАНИЯ В ВУЗЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЖАДНЫХ АЛГОРИТМОВ 91

Проничев А.П.
АРХИТЕКТУРА РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ГЕТЕРОГЕННЫХ ДАННЫХ ИЗ СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЕЙ 97

Внимание авторов!

Журнал входит в «Перечень российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук»

Все публикации в журнале, в том числе аспирантов, осуществляются бесплатно

Перепечатка материалов допускается только с письменного разрешения редакции

Журнал отпечатан в ООО “Испо-Принт”

Подписано в печать 16.11.2020
Тираж 300 экз. Усл. печ. 11.
Заказ № .

© Журнал “Информатизация и связь”, 2020

Мацулев А.Н., Симонов К.В.
СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ДАННЫХ GRACE И GRACE-FO 101

Попов А.А., Доррер М.Г., Доррер А.Г., Тришкина Е.И., Романов Н.А.
ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ ПРОГНОСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ НА БАЗЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ GERT-СЕТЕЙ И ТЕХНОЛОГИИ PROCESS MINING 107

Лакман И.А., Падукова А.А., Тимошин В.А., Ахметвалеев Р.Р.
ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ «COST-SENSITIVE LEARNING» В МОДЕЛИ RANDOMFOREST ДЛЯ ОЦЕНКИ АДЕКВАТНОСТИ МЕСЯЧНОЙ ПРОГРАММЫ ДИАЛИЗА 113

Аверченкова Е.Э., Аверченков А.В., Геращенкова Т.М., Сканцев В.М.
МОДЕЛЬ АНАЛИЗА ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ РЕГИОНАЛЬНОЙ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ПОМОЩЬЮ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ 120

Медведев М.С., Шаповалов А.Е.
ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГИЛЬБЕРТА-ХУАНГА В ЗАДАЧЕ ОБНАРУЖЕНИЯ ЧАСТОТЫ ОСНОВНОГО ТОНА 128

ISSN 2078-8320

Registration number
of the journal: ПИ № 77-16535

Publisher:
Autonomous non-profit organization "Informatization and communication" Journal Editorial Board "

Editorial address
105005, Moscow,
Bakuninskaya st., 15
Phone number:
8 (926) 831-70-81
e-mail: infsvz@gmail.com
www.inf-svz.ru

The journal is included in the "List of peer-reviewed scientific publications in which the main scientific results of dissertations for obtaining the scientific degree of a candidate of science must be published, for the academic degree of a doctor of sciences"

All publications in the journal, including postgraduate students, are free of charge

Reprinting of materials is allowed only with the written permission of the editorial office

The magazine is printed in Calypso Ltd.

Edition – 300 copies.

© Scientific Journal "Informatization and communication", 2020

CONTENT 4'2020

Radio engineering and communication

Musaev A.N., Zinkin S.V.
THEORETICAL ANALYSIS OF INTERFERENCE IN SATELLITE COMMUNICATION SYSTEMS WHEN USING MULTI-STATION ACCESS WITH CODE DIVISION OF CHANNELS 7

Musaev A.N., Zinkin S.V., Chernov I.A.
INVESTIGATION OF SIGNALS WITH SPECTRUM EXTENSION FOR PROTECTION OF SATELLITE COMMUNICATION LINES FROM POSSIBLE INTERFERENCE 13

Zinkin S.V., Musaev A.N.
ANALYSIS OF METHODS FOR POINTING EARTH STATION ANTENNASSATELLITE COMMUNICATIONS 22

Zinkin S.V.
ANALYSIS OF SYNCHRONIZATION OF SATELLITE COMMUNICATION SYSTEMS AT COMBINED METHODS OF MULTI-STATION ACCESS TO REPEATER 32

Musaev A.N.
EVALUATION OF METHODS FOR REDISTRIBUTING THE RADIO RESOURCE OF A REPEATER IN SATELLITE COMMUNICATION SYSTEMS 42

Informatics, computer science and management

Mikov A.I.
GEOMETRICAL DIGRAPHS AS MODELS OF HETEROGENEOUS COMPUTER NETWORKS 50

Mikov A.I., Mikov A.A.
PROPERTIES OF GEOMETRIC HYPERGRAPHS OF WIRELESS COMPUTER NETWORKS 60

Buinevich M.V., Ganov G.A., Izrailov K.E.
INTELLECTUAL METHOD OF PROGRAMS INTERACTIONS VISUALIZATION FOR INFORMATION SECURITY AUDIT OF THE OPERATING SYSTEM 67

Guryanov D.Yu., Moldovyan D.N., Moldovyan A.A.
POST-QUANTUM DIGITAL SIGNATURE SCHEMES: SETTING A HIDDEN GROUP WITH TWO-DIMENSIONAL CYCLICITY 75

Kanaev A.K., Sakharova M.A., Oparin E.V.
SIMULATION MODEL OF THE PROCESS OF FUNCTIONING AND RESTORATION OF THE NETWORK CLOCK NETWORK SYNCHRONIZATION 83

Lopateeva O.N., Popov A.A., Ovsyankin A.K., Satsuk M.M.
FORMATION OF THE SCHEDULE AT THE UNIVERSITY WITH THE APPLICATION OF GREEDY ALGORITHMS 91

Pronichev A.P.
ARCHITECTURE OF A DISTRIBUTED SYSTEM FOR PROCESSING HETEROGENEOUS DATA FROM SOCIAL NETWORKS 97

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ДИГРАФЫ КАК МОДЕЛИ ГЕТЕРОГЕННЫХ КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЕЙ

стр. 50 – 59

А.И. Миков
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет»
350040, Краснодар, ул. Ставропольская, 149

Контактные данные: *Миков А.И., e-mail: alexander_mikov@mail.ru*

Резюме: *Рассматриваются новые математические модели сетей – геометрические ориентированные графы. Такие модели адекватно отображают структуру неоднородных беспроводных компьютерных, сенсорных и иных сетей. Исследуются сильно связные компоненты геометрических диграфов, их зависимость от количества узлов сети в заданной области, от распределений радиусов зон приема и передачи сигналов. Анализируются вероятностные характеристики случайных геометрических диграфов, особенности зависимостей вероятности сильной связности от количества узлов в диграфах при различных сочетаниях радиусов.*

Ключевые слова: *диграф, геометрическая конфигурация, беспроводная сеть, отношение сигнал шум, ad hoc сеть, случайный диграф, сильно связная компонента, вероятность связности*

GEOMETRICAL DIGRAPHS AS MODELS OF HETEROGENEOUS COMPUTER NETWORKS

pages 50 – 59

A.I. Mikov
Kuban State University
149, Stavropolskaya str., Krasnodar, Russia, 350040

Summary: *New mathematical models of networks are considered - geometrical oriented graphs. Such models adequately reflect the structure of heterogeneous wireless computer, sensor and other networks. The strongly connected components of geometric digraphs, their dependence on the number of network nodes in a given area, on the distributions of the radii of the zones of reception and transmission of signals are investigated. The probabilistic characteristics of random geometric digraphs, the features of the dependences of the probability of strong connectivity on the number of nodes in the digraphs for various combinations of radii are analyzed.*

Keywords: *digraph, geometric configuration, wireless network, signal noise ratio, ad hoc network, random digraph, graph component, connection probability*

DOI: 10.34219/2078-8320-2020-11-4-50-59

Введение

В качестве математических моделей беспроводных компьютерных сетей часто рассматривают геометрические графы, являющиеся подклассом обыкновенных неориентированных графов, порождаемых геометрическими конфигурациями – расположениями узлов сети. В таких моделях, называемых «1-disk», узлы сети представлены вершинами графа. Две вершины связаны ребром, если расстояние (в евклидовой метрике) между соответствующими узлами меньше заданной величины – радиуса r приема/передачи сигналов. При этом радиус для всех узлов одинаков (в модели «1-disk» радиус считается единичным), т.е. сеть – гомогенная. Получающийся граф – неориентированный. Узлы сети располагаются в определенной ограниченной области, во многих математических исследованиях – это квадрат или куб с единичной стороной (в этом случае радиус r может принимать любые значения). Такие модели используются для анализа и разработки различных компьютерных сетей мониторинга [1 – 3], поддержки операций при поисково-спасательных работах и т.п.

В настоящее время актуальным является исследование сетей, образованных устройствами больших групп [4 – 6] мобильных пользователей, слабо связанных между собой, а также включающих в себя элементы сенсорных сетей, RFID, устройства IoT, устройства Internet of Drones и др. Узлы таких сетей имеют разные типы, различные мощности передатчиков и чувствительности приемников сигналов.

Эти свойства компьютерной сети приводят нас к математической модели геометрического ориентированного графа, поскольку передача информации в условиях гетерогенной [7 – 9] сети между двумя узлами может быть односторонней. Исследование таких моделей важно с точки зрения предсказания изменений в сетях [10] и принятия решений [11].

Математическая модель

Рассмотрим два узла сети. Каждый из них снабжен передатчиком сигналов и приемником. В месте расположения узлов имеется определенный уровень радиочастотного шума. По мере удаления от передатчика мощность сигнала уменьшается, и на некотором расстоянии сравнивается с мощностью шумов. В соответствии с рекомендациями Международного союза электросвязи ITU-R P.525-2 при распространении радиоволн в свободном пространстве (однородной изотропной среде, не вносящей затухания) дальность действия радиостанции можно рассчитывать по формуле $r_1 = 4\pi\sqrt{((P_c/P_ш)G_1G_2\lambda)}$, где λ – длина волны, $P_c/P_ш$ – отношение сигнал/шум, G_1 – коэффициент направленного действия передающей антенны, G_2 – коэффициент направленного действия приемной антенны. Если какой-либо узел находится на расстоянии, меньшем чем r_1 от передающего узла, то его приемник воспринимает сигнал и может его распознать на фоне шумов.

В нашем исследовании мы полагаем, что антенны узлов имеют одинаковые характеристики во всех направлениях, длины волн также одинаковы, и шумы имеют постоянную мощность для любой точки области расположения компьютерной сети. Тогда при различных мощностях передатчиков в узлах мы получаем геометрическую конфигурацию сети, элементы которой изображены на рис. 1. Точками изображены положения узлов, а окружностями – границы уверенного приема сигналов передающего узла принимающими узлами.

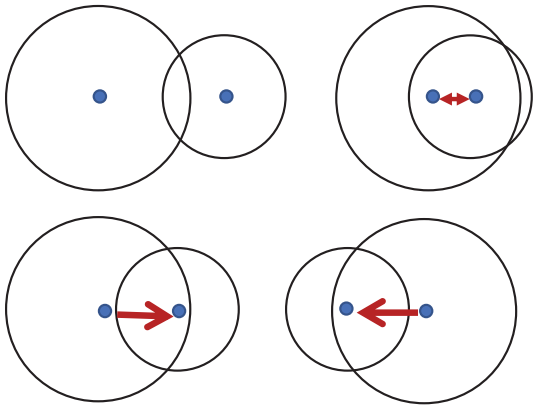

Рис. 1. Варианты двух узлов с разными радиусами

Обозначим R – радиус большего круга (B), r – радиус меньшего круга (L), d – расстояние между центрами кругов. Имеется три варианта в зависимости от взаимного расположения узлов.

1) Если $d \geq R$, то узлы друг друга «не слышат».

2) Если $d < R$, то возможна передача от узла B к узлу L (имеется дуга $B \rightarrow R$, то возможна передача от узла B к узлу L (имеется дуга $B \rightarrow L$), но невозможна передача в обратную сторону (узел B располагается вне круга узла L).

3) Если $d < r$, то возможна передача в обе стороны (имеется дуга $B \rightarrow L$ и дуга $L \rightarrow B$).

Первый и третий случаи обычны для геометрических графов. Второй случай (асимметрия) является мотивом для введения понятия геометрического диграфа.

Определим сначала геометрический диграф для выпуклой области на плоскости. Пусть дана евклидова плоскость с метрикой ρ, на которой выделена выпуклая область S. В пределах области задано множество $P \subset S$ из n точек v_i. Иначе, $P \in S^n$, где S^n – декартово произведение (степень). Множество P назовем *геометрической конфигурацией*. В каждой точке области S задано вещественное число r_i. Кроме этого, задано множество D_n всех ориентированных графов с n вершинами. Каждый граф из D_n представлен множеством V вершин v_i и множеством дуг $A \subset V \times V$.

Определение. Отображение DG: $(S \times \mathbf{R})^n \rightarrow D_n$ назовем *помеченным геометрическим диграфом*, если оно согласуется с метрикой ρ следующим образом:

1) если $\rho(p_i, p_j) \geq \max(r_i, r_j)$, то $(v_i, v_j) \notin A$;

2) если $\rho(p_i, p_j) < \min(r_i, r_j)$, то $(v_i, v_j) \in A$ и $(v_j, v_i) \in A$;

3) если $r_j \leq \rho(p_i, p_j) < r_i$, то $(v_i, v_j) \in A$ и $(v_j, v_i) \notin A$.

Здесь нумерация p_i и v_i задает соответствие между точками области S и вершинами орграфа. Пометки (или нумерация) вершин определяется порядком задания точек в геометрической конфигурации $P \in S^n$. Если этот порядок игнорировать, то получим непомеченный геометрический диграф.

Необходимо отметить, что отображение DG не является биекцией: хотя для любой геометрической конфигурации может быть найден удовлетворяющий перечисленным условиям ориентированный граф, обратное неверно. Известно, что при равных радиусах r_i (когда получаются неориентированные графы) многие обыкновенные графы не имеют прообразов (так называемые «запрещенные графы). Для случая геометрических диграфов аналогичный результат пока не известен. Возможно, что оперируя различиями в радиусах, можно получать более широкий спектр ориентированных графов из множества D_n.

Задавая дополнительно многомерное распределение вероятностей на области S, получаем понятие *случайного геометрического диграфа*. Он является обобщением случайного геометрического графа [12]. Важной задачей [13] является нахождение или задание распределения вероятностей расстояний между узлами сети. Простейшим таким распределением является равномерное, при котором все точки геометрической конфигурации расположены независимо, и вероятность нахождения точки в некоторой подобласти про-

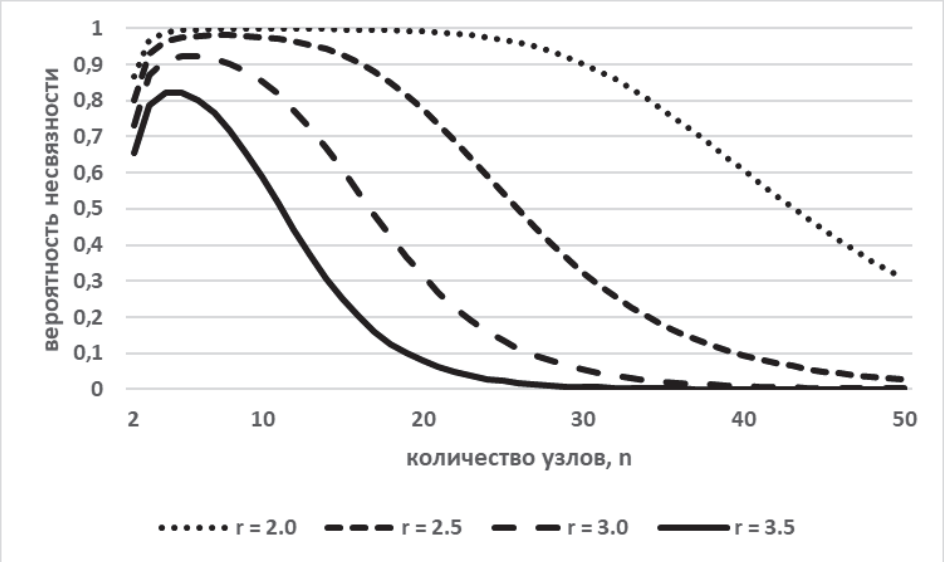

Рис. 2. Вероятность несвязности графов для четырех радиусов

порциональна площади этой подобласти, но не зависит, ни от ее формы, ни от расположения внутри области *S*.

Некоторые распределения вероятностей, например, многомерное нормальное распределение, позволяют рассматривать возможность расположения узлов не в ограниченной области, а на всей плоскости.

Мобильные компьютерные сети отличаются тем, что геометрическая конфигурация подвижна, точки $p_i(t)$ зависят от параметра – времени. Иначе говоря, вместо точек в области *S* рассматриваются траектории – одномерные кривые. Они определяют динамический геометрический диграф. Его математическое определение мало отличается от определения динамического геометрического графа.

Характеристики связности геометрических графов

Для того, чтобы понять степень влияния гетерогенности – различия в радиусах зон уверенного приема / передачи сигналов узлами компьютерных сетей, проведем сначала детальный анализ зависимостей вероятности связности геометрических графов от количества вершин и величины радиуса (одинакового для всех узлов). Для обеспечения сравнимости результатов узлы случайной сети будем размещать в одинаковых областях круглой формы диаметра 10.

На рис. 2 приведены графики зависимостей вероятности несвязности геометрического графа сети от количества узлов сети при различных радиусах устойчивого приема / передачи для одинаковых областей расположения сетей. В этих графиках можно выделить четыре условных зоны: I – быстрое увеличение вероятности, II – зона почти неизменной вероятности, III – зона близкого к линейному уменьшения вероятности и IV – экспоненциальный «хвост».

Начальный участок (зона I) кривой довольно короткий, от 1 до 3 – 4 вершин для данных графиков. Вероятность несвязности равна нулю для сети из одной вершины. Для случая $n = 2$ оценку еще можно провести в аналитическом виде, найдя функции распределения вероятностей длин расстояний между двумя узлами – точками геометрической конфигурации. Например, для двух случайных точек, независимо выбранных в единичном квадрате, плотность вероятности расстояния между ними имеет вид [14]:

$$f_s(x) = \begin{cases} 2x(x^2 - 4x + \pi), & 0 \le x \le 1 \\ 2x\left[4\sqrt{x^2-1} - (x^2 + 2 - \pi) - 4\,\mathrm{arctg}\sqrt{x^2-1}\right], & 1 < x \le \sqrt{2} \end{cases}$$

Соответствующая функция распределения вероятностей задается формулой:

$$F_s(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^4 - \frac{8}{3}x^3 + \pi x^2, & 0 \le x \le 1 \\ -\frac{1}{2}x^4 - 4x^2\mathrm{arctg}\sqrt{x^2-1} + \frac{4}{3}(2x^2+1)\sqrt{x^2-1} + (\pi - 2)x^2 + \frac{1}{3}, & 1 < x \le \sqrt{2} \end{cases}$$

Формулы для области, имеющей форму круга.

Плотность вероятности:

$$f_D(x) = \frac{4x}{\pi R^2}\arccos\left(\frac{x}{2R}\right) - \frac{2x^2}{\pi R^3}\sqrt{1 - \frac{x^2}{4R^2}}$$

Функция распределения вероятностей:

$$F_D(x) = \frac{1}{\pi}\left[4(2y^2 - 1)\arccos y - 2\arcsin y + 4yv^3 - 6yv\right] + 2,$$

где R – радиус круга, $y = x/2R$, $v = \sqrt{(1 - y^2)}$

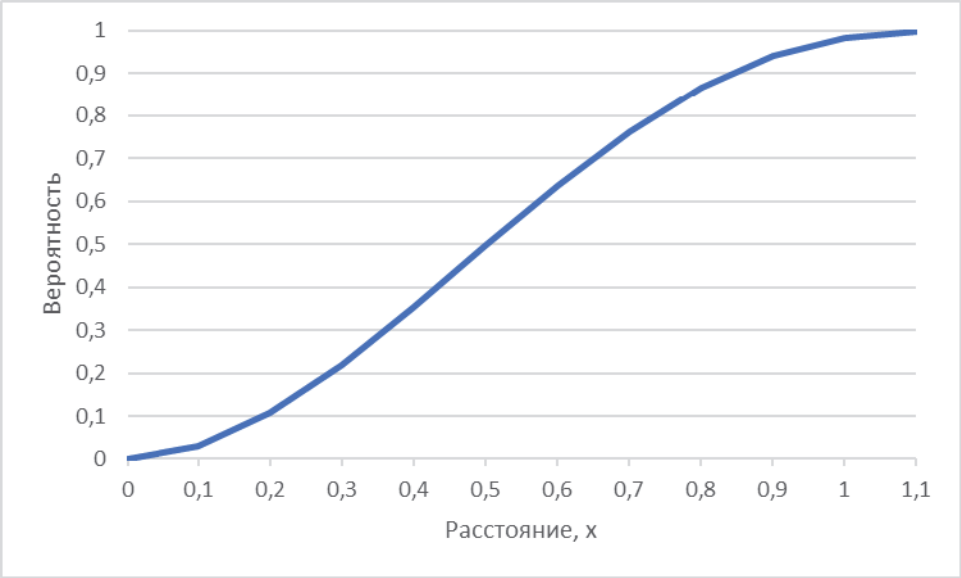

Рис. 3. Функция распределения вероятностей $F_D(x)$

Формулы для области, имеющей форму круга.

Плотность вероятности:

$$f_D(x) = \frac{4x}{\pi R^2}\arccos\left(\frac{x}{2R}\right) - \frac{2x^2}{\pi R^3}\sqrt{1 - \frac{x^2}{4R^2}}$$

Функция распределения вероятностей:

$$F_D(x) = \frac{1}{\pi}[4(2y^2 - 1)\arccos y - \\ - 2\arcsin y + 4yv^3 - 6yv] + 2,$$

где R – радиус круга, $y = x/2R$, $v = \sqrt{(1 - y^2)}$.

Поскольку площадь круга равна πR^2, то для сопоставимости результатов с квадратной областью нужно положить $\pi R^2 = 1$, т.е. взять радиус области $R = 1/\sqrt{\pi}$. На рис. 3 приведен график зависимости $F_D(x$ для области в форме круга. Вероятности $F_S(x)$ для квадратной области отличаются (в меньшую сторону) от вероятностей $F_D(x)$ для круглой области не более, чем на 2.6% при одинаковых значениях аргумента x.

Соответственно, математическое ожидание расстояния между двумя случайными точками в случае квадрата (0.521405433...) больше, чем для круга (0.510825596...). Заметно относительно невысокая вероятность длин маленьких и больших отрезков. Вероятность того, что точки находятся на расстоянии менее 0.1 равна 0.029, вероятность длины от 0.9 до 1.0 равна 0.044. При этом вероятность того, что длина находится в промежутке 0.5 ÷ 0.6 равна 0.1395, т.е., по крайней мере, в три раза выше.

На рис. 4 и 5 показаны графики зависимости вероятности связности геометрического графа компьютерной сети от величины радиуса r для малых значений $n = 2 \div 5$. Все узлы располагаются в круге диаметра 10.

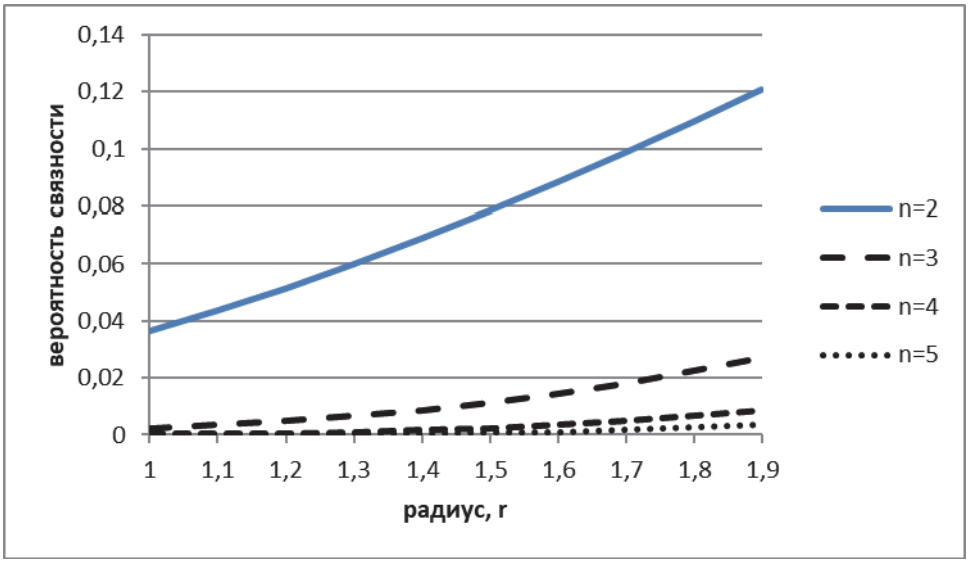

Рис. 4. Вероятность связности для радиусов от 1.0 до 1.9

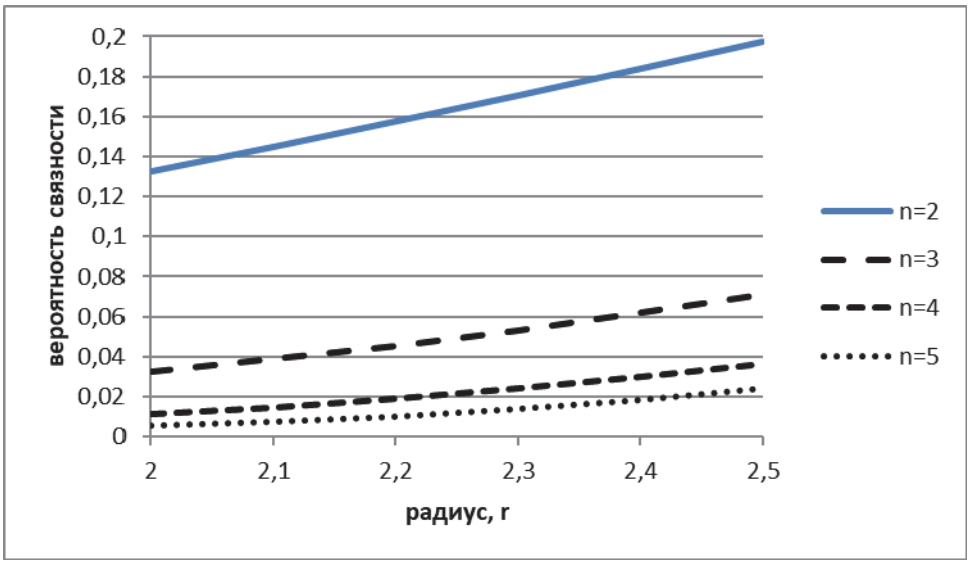

Рис. 5. Вероятность связности для радиусов от 2.0 до 2.5

На рис. 6 показаны два графика: функции $f(r) = P_{связн}$ (при $n = 2$)/$P_{связн}$ (при $n = 3$) и функции $g(r) = f(r) / f(r + 0.1)$, показывающие как изменяется вероятность связности при добавлении к двум узлам еще одного. Нижний график представляет собой константу $g(r) \approx 1.08$, что характеризует убывающую экспоненциальную зависимость $f(r)$.

Зона II особенно ярко выражена для относительно небольших радиусов уверенного приема / передачи r. В частности, для $r = 2.0$ это зона от $n = 5$ до $n = 20$ (рис. 2). Напротив, для больших радиусов эта зона крайне мала (для $r = 3.5$ от $n = 7$ до $n = 9$). Зона III содержит точку перегиба (если отвлечься от дискретности значений), вблизи которой график близок к линейной зависимости.

В зоне IV графики несвязности (рис. 7) имеют характер отрицательной экспоненты. Вероятность связности геометрического графа при этом может быть выражена приближенной формулой $P_c(n, r) \approx a^{-n+k}$. Значения основания a зависят от величины радиуса r и приведены в табл. 1.

Таблица 1

Зависимость основания экспоненты от радиуса

r	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	3	3.5
a	1.08	1.09	1.10	1.11	1.12	1.13	1.20	1.28

При больших радиусах ($r = 3.5$) вероятность несвязности практически достигает нуля уже для сетей с 30 узлами (нижний график). При $r = 3.0$ компьютерные сети почти всегда связны уже при 40 узлах. Результаты приведены для сетей, располагающихся в круге диаметра 10.

Если сеть в целом, все таки, оказывается несвязной, то для функционирования узла важно, в компоненте какого размера он содержится: если это большая компонента, то многие задачи в составе распределенной компьютерной системы узел может выполнять, и это даже не скажется на эффективности его работы. В составе малой компоненты узел весьма ограничен в получении внешней информации

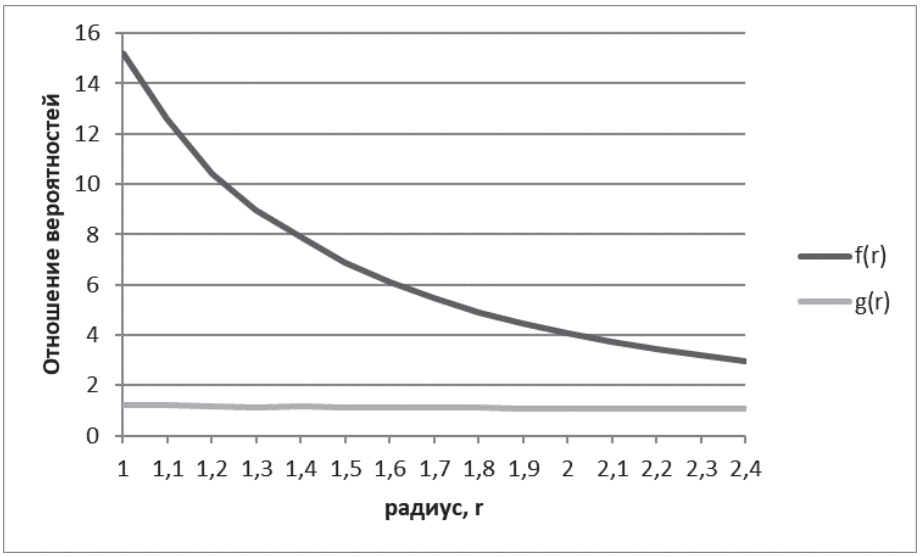

Рис. 6. Отношения вероятностей связности для n = 2 и n = 3

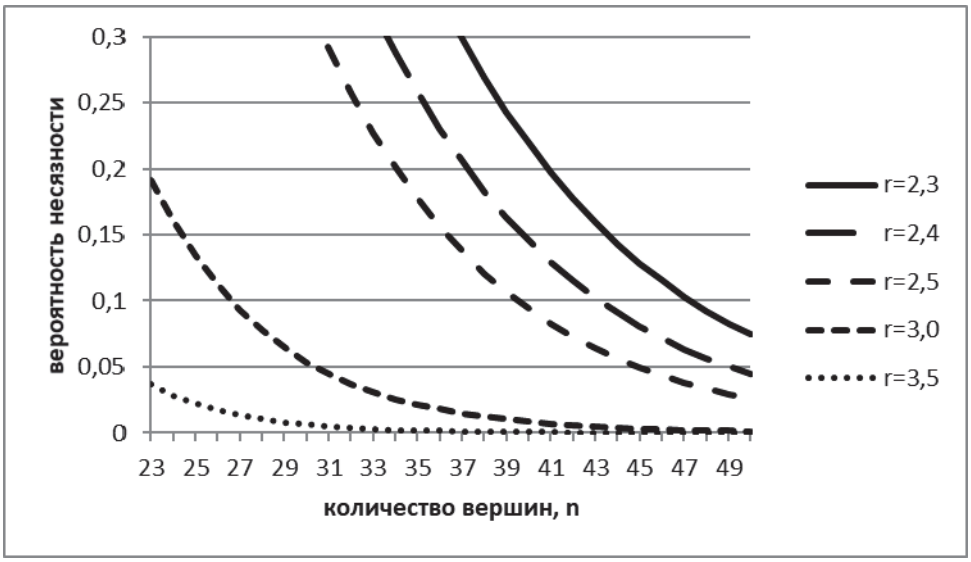

Рис. 7. Вероятность несвязности больших геометрических графов

и, выполнив порцию работы, не получит данных для ее продолжения. Поэтому представляет интерес оценка величины случайной компоненты сети в зависимости от общего количества узлов и величины радиусов. На рис. 8 приведены графики зависимости математического ожидания случайной компоненты от радиуса для различных размеров сети.

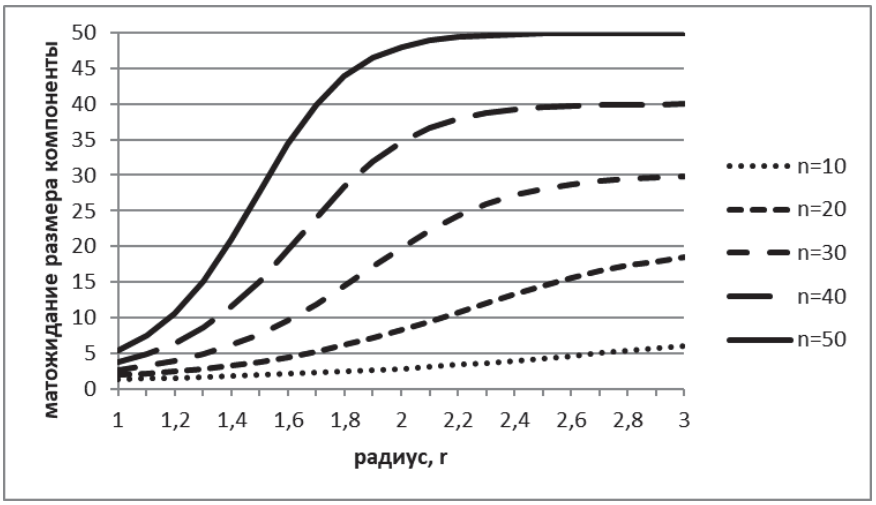

Рис. 8. Математическое ожидание случайной компоненты

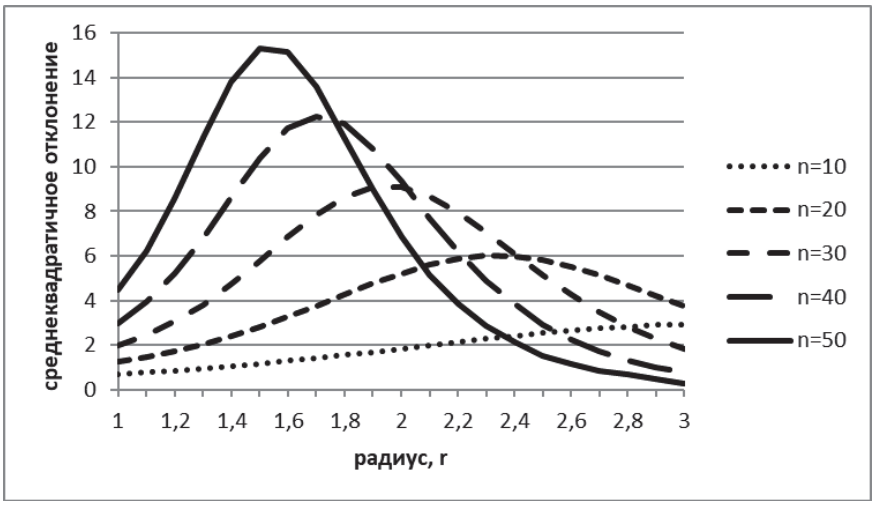

Рис. 9. Среднеквадратическое отклонение размера компоненты

На каждом графике есть участок с почти линейной зависимостью матожидания от величины радиуса. Для $n = 50$ это участок $r = 1.4 \div 1.6$, на котором средний размер компоненты находится в пределах $20 \div 35$. Чем меньше n, тем длиннее подобный линейный участок. Кроме математического ожидания важно еще и среднеквадратическое отклонение (СКО) размера случайной компоненты от среднего. Соответствующие зависимости приведены на рис. 9.

При некоторых значениях радиуса оно весьма велико. Интересно, что максимумы СКО практически совпадают с серединами линейных участков зависимости математического ожидания от радиуса (с «точками перегиба»). Для $n = 30$ {матожидание ± СКО} равно $\{19 \pm 9\}$.

Характеристики связности геометрических диграфов

В качестве первой модели диграфа был рассмотрен случай сети с n вершинами только двух радиусов: $r_1 = 3$ и $r_2 = 1$. Функция распределение вероятностей положений узлов в области S – равномерная. Вероятность выбора для узла каждого из радиусов равна 0.5. Для различных узлов выбор независим. Таким образом, среднее значение радиуса $r_{ср} = 2$. Рис. 10 включает I, II и начало III зоны графика зависимости вероятности сильной связности диграфа от количества узлов компьютерной сети.

Рис. 11 включает вторую часть III зоны и значительную (по величине вероятности) часть IV зоны графика зависимости вероятности сильной связности диграфа от количества узлов.

На рис. 12 для сравнения приведены графики трех зависимостей. На оси ординат указаны значения вероятностей отсутствия сильной связности диграфов сетей, $1 - P_c(n, \{r_1; r_2\})$. Иначе говоря, графы могут быть слабо связными, связными без учета направления дуг, или несвязными в смысле несвязности ориентированных графов. Все сети располагаются в кругах радиуса 10, положения узлов взаимно независимы. Каждая сеть имеет узлы двух сортов, выбираемых с вероятностью 0.5, радиусы сортов отличаются в три раза.

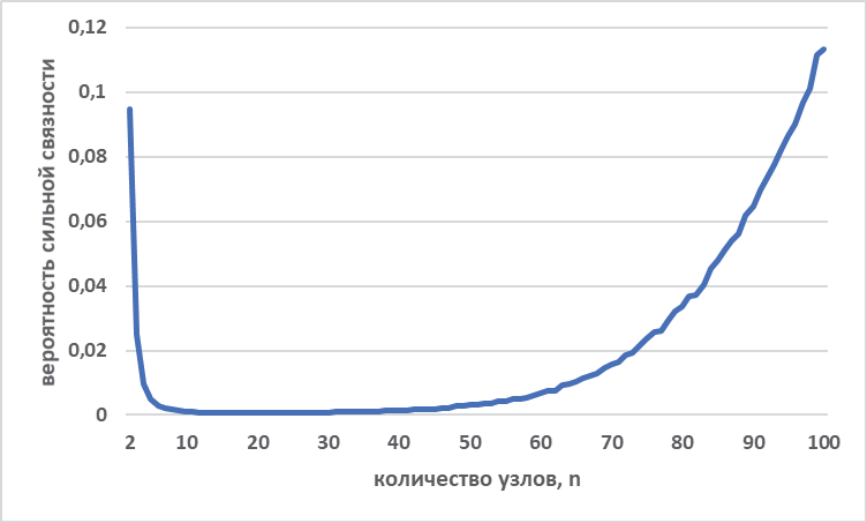

Рис. 10. Вероятность сильной связности диграфа (3; 1) для $n = 2 \div 100$

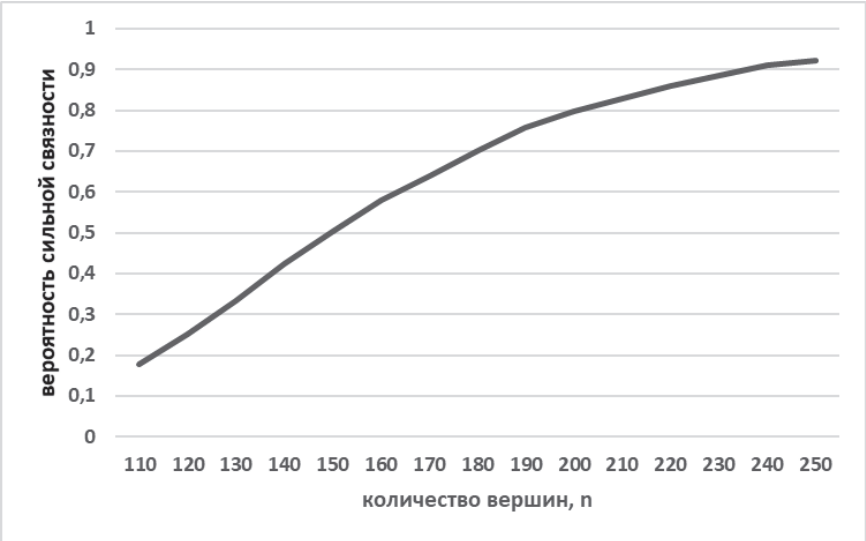

Рис. 11. Вероятность сильной связности диграфа (3; 1) для $n = 110 \div 250$

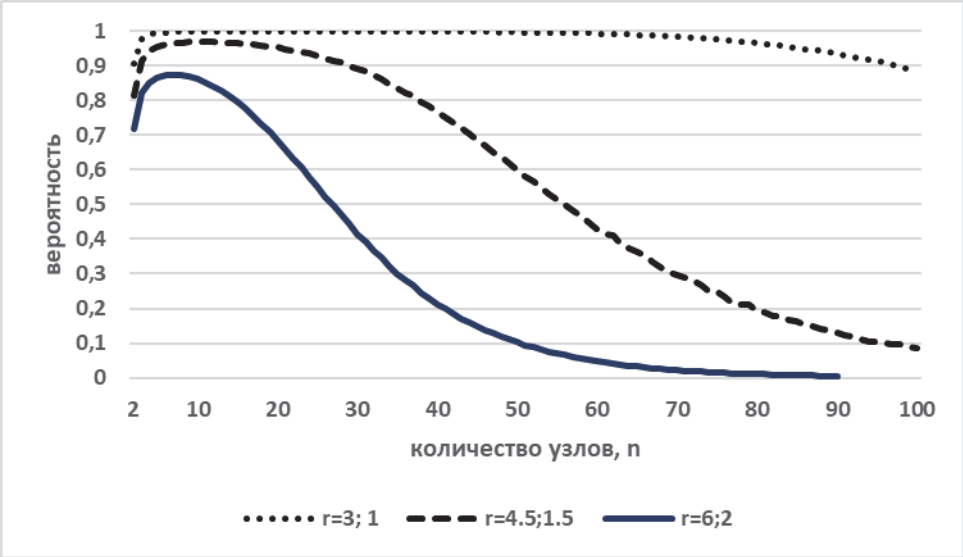

Рис. 12. Характеристики сетей трех типов

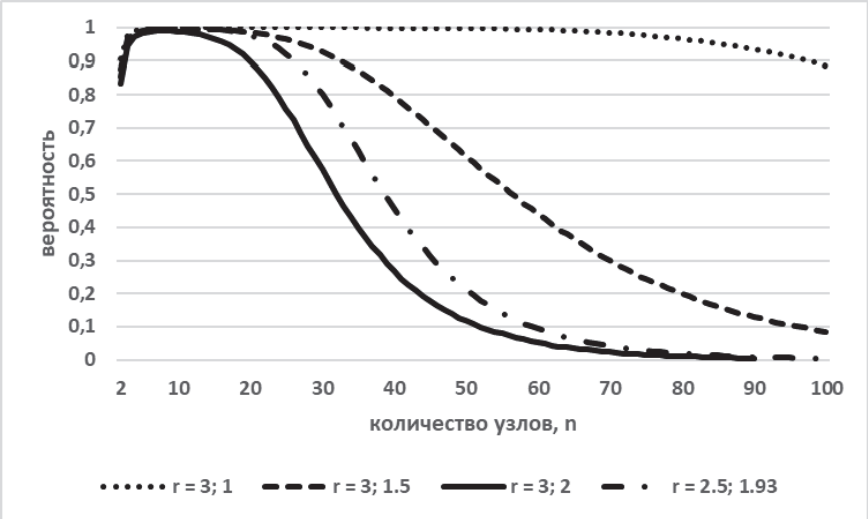

Рис. 13. Вероятность отсутствия сильной связности диграфов

В сетях первого типа наборы радиусов $r_1 = 3.0$ и $r_2 = 1.0$, второго – $r_1 = 4.5$ и $r_2 = 1.5$, третьего – $r_1 = 6.0$ и $r_2 = 2.0$.

На рис. 13 приведены четыре зависимости вероятности отсутствия сильной связности геометрического диграфа сети от количества узлов для других наборов радиусов. Три графика (верхний, следующий за ним, и нижний) построены для случаев, когда один из радиусов равен 3.0, а остальные 1.0, 1.5 и 2.0. Четвертый график – для специального случая радиусов {2.5; 1,93649167}.

На рис. 14 приведены графики зависимостей вероятности сильной связности диграфа сети от количества узлов при различных парах радиусов r: {6; 2}, {4; 2.3}, {4; 2.1}, {4; 2.05}, {4; 2}. Они выбраны, исходя из того, что очевидно выполняются неравенства для вероятностей сильной связности диграфов: $P_c(n, \{6; 2\}) > P_c(n, \{4; 2\})$, $P_c(n, \{4; 2.3\}) > P_c(n, \{4; 2.1\}) > P_c(n, \{4; 2.05\}) > P_c(n, \{4; 2\})$ для любого n, поскольку по каждому аргументу радиусу функция $P_c(n, \{r_1 ; r_2\})$ является монотонной при неизменном втором радиусе.

Но для вероятности $P_c(n, \{6; 2\})$ подобных неравенств, связывающих ее с вероятностями $P_c(n, \{4; 2.3\})$, $P_c(n, \{4; 2.1\})$ и $P_c(n, \{4; 2.05\})$, нет. Каждый из графиков этих вероятностей пересекается с графиком $P_c(n, \{6; 2\})$ в одной точке.

$P_c(n, \{4; 2.3\}) < P_c(n, \{6; 2\})$ при $n < 12$ и $P_c(n, \{4; 2.3\}) > P_c(n, \{6; 2\})$ при $n \geq 12$.

$P_c(n, \{4; 2.1\}) < P_c(n, \{6; 2\})$ при $n < 18$ и $P_c(n, \{4; 2.1\}) > P_c(n, \{6; 2\})$ при $n \geq 18$.

$P_c(n, \{4; 2.05\}) < P_c(n, \{6; 2\})$ при $n < 21$ и $P_c(n, \{4; 2.05\}) > P_c(n, \{6; 2\})$ при $n \geq 21$.

Таким образом, можно отметить новую закономерность в зависимостях связности диграфов от количества узлов по сравнению с (неориентированными) геометрическими графами. Несмотря на возможность аналогичного представления графиков выделением четырех зон, при различных сочетаниях значений радиусов графики могут пересекаться, т.е. неравенства для вероятностей, справедливые для любого количества узлов в сети, отсутствуют. Более того, графики

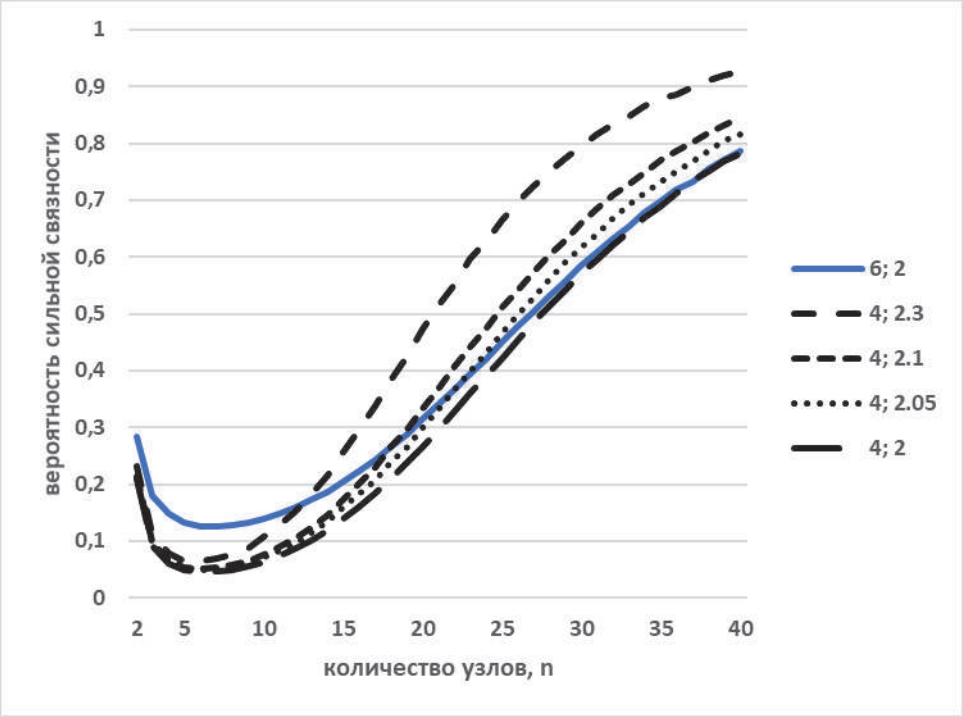

Рис. 14. Пересечение графиков вероятностей сильной связности

вероятностей $P_c(n, \{r_1 ; r_2\})$ и $P_c(n, \{(r_1 + r_2)/2)$ существенно различны – зависимость для случайного радиуса (одно из двух значений, выбираемых с вероятностью 0.5) нельзя заменить на зависимость для одного неслучайного радиуса, равного математическому ожиданию случайного радиуса. Дисперсия в этом случае играет важную роль. Полученные результаты могут быть положены в основу решения прикладных задач, таких как отыскание доминирующих множеств [14] в гетерогенных сетях, или анализа структурных проблем [15] безопасности компьютерных сетей.

Заключение

Проведен детальный анализ зависимостей вероятности связности геометрических графов от количества вершин и радиуса уверенного приема / передачи узлов беспроводных компьютерных сетей. Найдены приближенные формулы. Проведена оценка математического ожидания и среднеквадратичного отклонения размера случайной компоненты геометрического графа. Для гетерогенных компьютерных сетей введена математическая модель геометрического диграфа. Изучены зависимости сильной связности диграфов от количества узлов и набора радиусов. Обнаружены новые свойства этих зависимостей по отношению к соответствующим зависимостям для неориентированных геометрических графов.

Благодарности. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-01-00359.

Acknowledgments. The reported study was funded by RFBR, project number 18-01-00359.

Конфликт интересов отсутствует.

There is no conflict of interests.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Mishra B., Garg D., Narang P., Mishra V.** Drone-surveillance for search and rescue in natural disaster // Computer Communication, Volume 156 (15 April 2020), pp. 1-10.
2. **Миков А.И., Миков А.А.** Управление динамическими графами мобильных компьютерных сетей при случайных возмущениях // Информатизация и связь, 2020, №2, с. 136-142.
3. **Li Q., Liu N.** Monitoring area coverage optimization algorithm based on nodes perceptual mathematical model in wireless sensor networks // Computer Communication, Volume 156 (15 April 2020), pp. 227-234.
4. **Cheng Z., Chen N., Liu B., Gao Z.** Joint user association and resource allocation in HetNets based on user mobility prediction // Computer Networks. Volume 177 (4 Aug 2020), Article 107312.
5. **Gharib M., Foroozani A., Rezaei S., Hemmatyar A.M.A., Movaghar A.** An area-scalable human-based mobility model // Computer Networks. Volume 177. Article 107300.
6. **Gao Y., Yu X., Zhang H.** Uncovering overlapping community structure in static and dynamic networks // Knowledge-Based Systems. Volumes 201–202 (9 August 2020). Article 106060.
7. **Sharma A., Awasthi L.K.** AdPS: Adaptive Priority Scheduling for Data Services in Heterogeneous Vehicular Networks // Computer Communication, Volume 159. (1 June 2020), pp. 71-82.
8. **Ding H., Zhao F., Tian J., Li D., Zhang H.** A deep reinforcement learning for user association and power control in heterogeneous networks // Ad Hoc Networks, Volume 102, 1 May 2020. Article 102069.

9. **Cuka M., Elmazi D., Ikeda M., Matsuo K., Barolli L.** IoT node selection in Opportunistic Networks: Implementation of fuzzy-based simulation systems and testbed // Internet of Things, Volume 8, December 2019. Article 100105.
10. **Daud N.N., Hamid S.H.A., Saadoon M., Sahran F., Anuar N.B.** Applications of link prediction in social networks: A review // Journal of Network and Computer Applications. Volume 166 (15 September 2020). Article 102716.
11. **Gupta M.S., Kumar K.** Application aware networks' resource selection decision making technique using group mobility in vehicular cognitive radio networks // Vehicular Communications. Volume 26 (December 2020). Article 100263.
12. **Penrose M.** Random geometric graphs. Oxford Studies in Probability. Oxford: Oxford University Press, 2004, p. 330.
13. **Zhong X., Chen F., Guan Q., Ji F., Yu H.** On the distribution of nodal distances in random wireless ad hoc network with mobile node // Ad Hoc Networks, Vol. 97, Feb 2020. Article 102026.
14. **Weisstein E. W.** Square Line Picking. From MathWorld – A Wolfram Web Resource. https://mathworld.wolfram.com/SquareLinePicking.html
15. **Bai X., Zhao D., Bai S., Qiang Wang Q.** Minimum connected dominating sets in heterogeneous 3D wireless ad hoc networks // Ad Hoc Networks, Vol. 97, Feb 2020. Article 102023.
16. **Juneja K.** Random-Session and K-Neighbour Based Suspected Node Analysis Approach for Cooperative Blackhole Detection in MANET //Wireless Personal Communications. Volume 110, Issue 1, January 2020, pp. 45–68.

Поступила 27.09.2020
УДК 519.173.1, 519.245

REFERENCES

1. **Mishra B., Garg D., Narang P., Mishra V.** Drone-surveillance for search and rescue in natural disaster // Computer Communication, Volume 156 (15 April 2020), pp. 1-10.
2. **Mikov A.I., Mikov A.A.** Managing dynamic graphs of mobile computer networks with random disturbances // Informatizatcia i svyaz. Informatization and communication, 2020, 2, pp. 136-142.
3. **Li Q., Liu N.** Monitoring area coverage optimization algorithm based on nodes perceptual mathematical model in wireless sensor networks // Computer Communication, Volume 156 (15 April 2020), pp. 227-234.
4. **Cheng Z., Chen N., Liu B., Gao Z.** Joint user association and resource allocation in HetNets based on user mobility prediction // Computer Networks. Volume 177 (4 Aug 2020), Article 107312.
5. **Gharib M., Foroozani A., Rezaei S., Hemmatyar A.M.A., Movaghar A.** An area-scalable human-based mobility model // Computer Networks. Volume 177. Article 107300.
6. **Gao Y., Yu X., Zhang H.** Uncovering overlapping community structure in static and dynamic networks // Knowledge-Based Systems. Volumes 201–202 (9 August 2020). Article 106060.
7. **Sharma A., Awasthi L.K.** AdPS: Adaptive Priority Scheduling for Data Services in Heterogeneous Vehicular Networks // Computer Communication, Volume 159. (1 June 2020), pp. 71-82.
8. **Ding H., Zhao F., Tian J., Li D., Zhang H.** A deep reinforcement learning for user association and power control in heterogeneous networks // Ad Hoc Networks, Volume 102, 1 May 2020. Article 102069.
9. **Cuka M., Elmazi D., Ikeda M., Matsuo K., Barolli L.** IoT node selection in Opportunistic Networks: Implementation of fuzzy-based simulation systems and testbed // Internet of Things, Volume 8, December 2019. Article 100105.
10. **Daud N.N., Hamid S.H.A., Saadoon M., Sahran F., Anuar N.B.** Applications of link prediction in social networks: A review // Journal of Network and Computer Applications. Volume 166 (15 September 2020). Article 102716.
11. **Gupta M.S., Kumar K.** Application aware networks' resource selection decision making technique using group mobility in vehicular cognitive radio networks // Vehicular Communications. Volume 26 (December 2020). Article 100263.
12. **Penrose, M.** Random geometric graphs. Oxford Studies in Probability. Oxford: Oxford University Press, 2004, p. 330.
13. **Zhong X., Chen F., Guan Q., Ji F., Yu H.** On the distribution of nodal distances in random wireless ad hoc network with mobile node // Ad Hoc Networks, Vol. 97, Feb 2020. Article 102026
14. **Weisstein, E. W.** Square Line Picking. From MathWorld – A Wolfram Web Resource. https://mathworld.wolfram.com/SquareLinePicking.html
15. **Bai X., Zhao D., Bai S., Qiang Wang Q.** Minimum connected dominating sets in heterogeneous 3D wireless ad hoc networks // Ad Hoc Networks, Vol. 97, Feb 2020. Article 102023.
16. **Juneja K.** Random-Session and K-Neighbour Based Suspected Node Analysis Approach for Cooperative Blackhole Detection in MANET //Wireless Personal Communications. Volume 110, Issue 1, January 2020, pp. 45–68.

Received 27.09.2020
UDK 519.173.1, 519.245

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

1. **Миков Александр Иванович** – доктор физико-математических наук., профессор, Кубанский государственный университет, e-mail: alexander_mikov@mail.ru

AUTHOR'S INFORMATION

1. **Alexander Mikov** – doctor of physics and mathematics, professor, Kuban State University. e-mail: alexander_mikov@mail.ru